

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
PME 3230 - MECÂNICA DOS FLUIDOS I

3ª PROVA - 08/12/2017 - Duração: 120 minutos + 30 minutos (Lab)

RECOMENDAÇÕES:

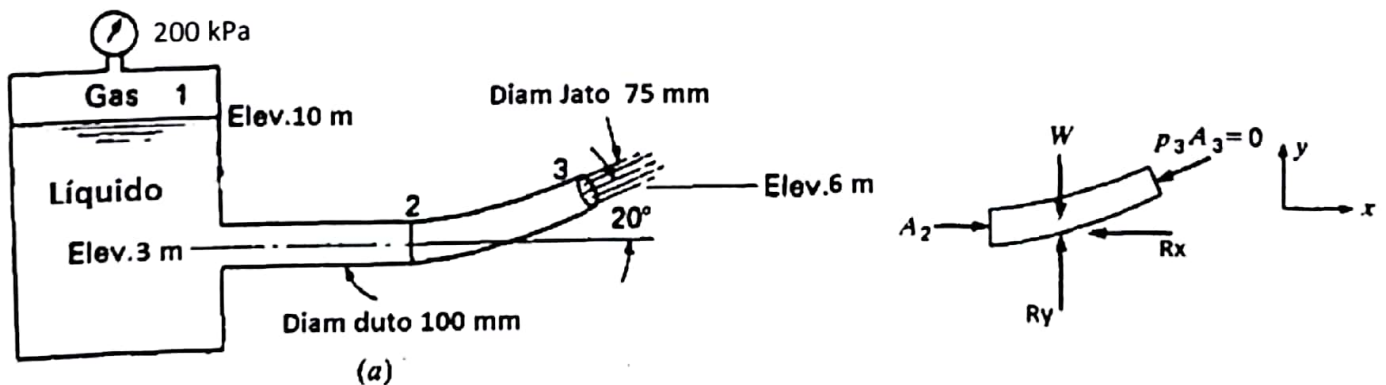
- Preencha todas as informações da capa do Caderno de Respostas
- Cada questão deve ser resolvida na página identificada do Caderno de Respostas
- Todos aparelhos de comunicação devem permanecer desligados durante toda a prova
- A 3ª prova (P3) e a prova de laboratório (Q) tem o tempo total de 150 minutos

1ª Questão (3,5 pontos).

O sistema anti-incêndio autônomo representado na figura possui um reservatório pressurizado com gás a uma pressão  $p_{\text{gás}}=200$  kPa. Na saída do reservatório há um trecho de duto reto com 100 mm de diâmetro conectado a um trecho de duto curvo com 12 m de comprimento. Observe que a saída do jato na seção 3-3 possui 75 mm de diâmetro. O líquido possui peso específico de  $8640 \text{ N/m}^3$ . Pede-se:

- 1.1. Determinar o valor da velocidade média do líquido no jato da saída do trecho curvo ( $V_3$ ), admitindo que o valor das perdas pode ser admitido desprezível; (0,5 pontos)
- 1.2. Determinar a vazão em volume que escoar na tubulação e o valor da pressão  $p_2$  na seção 2-2, (1,0 ponto)
- 1.3. Para o dimensionamento da junção entre o trecho curvo e o reto (seção 2), determine a magnitude da força resultante no trecho curvo, sua direção e sentido e o ângulo que faz com a horizontal. (1,0 ponto)
- 1.4. Para que o sistema permaneça imóvel, determine também a componente horizontal da força do jato no sistema autônomo. (1,0 ponto)

Todos os dados necessários estão na figura. Enuncie as hipóteses simplificadoras empregadas. Use  $g=9,8 \text{ m/s}^2$



2ª Questão (3,0 pontos)

Considere um escoamento em que o campo de velocidades é dado por:  $\vec{v} = 3x\vec{i} + 5y^2\vec{j}$

Pede-se:

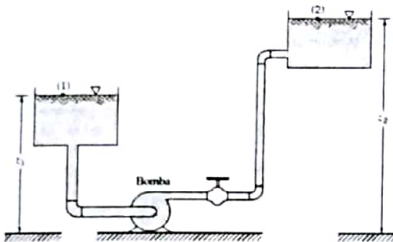
- 2.1. O escoamento é permanente ou não permanente? (0,5 pontos)
- 2.2. Verifique analiticamente se o escoamento do fluido é incompressível. (0,5 pontos)
- 2.3. Admitindo que, neste escoamento  $\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$ , determine o valor de  $\frac{\partial \rho}{\partial y}$  no ponto  $(x; y) = (5; 1)$ , sabendo que nesse ponto  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$ . (1,0 ponto)
- 2.4. Determine o valor da massa específica  $\rho$  no ponto  $(x; y) = (5; -3)$ . (1,0 ponto)

### 3ª Questão (3,5 pontos)

A instalação da figura abaixo necessita que seja fornecida água para o reservatório 2. Para tanto, será utilizada uma bomba com a seguinte curva de operação:

$H_{\text{bomba}} = 120 + 0,28 Q^2$ , sendo que  $H$  está em metros e  $Q$  em  $\text{m}^3/\text{s}$ . Para os dados fornecidos determinar:

- 3.1. Expressão literal para as perdas de carga de tubulações e acessórios aplicada à instalação dada (0,5 pontos);
- 3.2. Equação que represente a curva do sistema (1,0 ponto);
- 3.3. Determinar o ponto de operação (funcionamento) da instalação  $PO(Q; H_m)$ , informando os valores de vazão e carga manométrica (1,0 ponto);
- 3.4. Se o sistema for alterado, reduzindo em 20% a perda de carga total, qual seria a nova vazão do sistema? (1,0 ponto).



Dados:

- $z_1 = 0,5 \text{ m}$ ;  $z_2 = 4,5 \text{ m}$ ;
- $K_{\text{cotovelo}} = 0,3$ ;
- Comprimento de trecho reto antes da bomba =  $1,2 \text{ m}$ ;
- Comprimento de trecho reto após a bomba =  $8,5 \text{ m}$ ;
- $K_{\text{válvula}} = 0,6$ ;
- Diâmetro da tubulação =  $0,20 \text{ m}$ ;
- $K_{\text{entrada}} = 0,25$ ;
- $K_{\text{saída}} = 0,35$ ;
- Admitir que o escoamento é turbulento rugoso;

### FORMULÁRIO:

$$\vec{G} + \vec{R} = (P_e S_e + \beta_e \dot{m}_e V_e) \vec{n}_e + (P_s S_s + \beta_s \dot{m}_s V_s) \vec{n}_s + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{v} \rho dVol$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0$$

$$\left( \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left( \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) - H_m = h_{L_T} \quad h_f = h_L = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} \quad h_s = K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{Re} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log_{10} \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad H_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = 0$$

Para aplicar a equação da QDM, temos que conhecer as vazões, e as pressões em 2 e 3:

1.1) Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica no volume de controle entre 1 e 3:

$$\left( \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} + z_1 \right) - \left( \alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\rho} + z_3 \right) = \frac{\dot{W}_a}{\rho Q} - \frac{\dot{W}_m}{\rho Q}$$

hip. escoamento turbulento ( $\alpha=1$ ),  $P_3=0$  (atm.),  $V_1=0$  (pequena),

$$\dot{W}_a=0 \text{ e } \dot{W}_m=0$$

$$\therefore \frac{200000}{8640} + 10 - \frac{V_3^2}{2g} - 6 = 0 \Rightarrow V_3 = V_j = \boxed{23,1 \text{ m/s}} \quad (0,5 \text{ pts})$$

$$1.2) Q = V_j \cdot A = 23,1 \cdot \pi \cdot \frac{0,075^2}{4} = \boxed{0,102 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$V_2 = \frac{Q}{\pi d^2/4} = \frac{0,102 \cdot 4}{\pi 0,1^2} = \boxed{13,0 \text{ m/s}}$$

Para determinar  $P_2$  aplica-se a 1ª Lei entre 2 e 3

$$\left( \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + z_2 \right) - \left( \alpha_3 \frac{V_3^2}{2g} + \frac{P_3}{\rho} + z_3 \right) = \frac{\dot{W}_a}{\rho Q} - \frac{\dot{W}_m}{\rho Q}$$

$$\frac{13^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + 3 - \frac{23,1^2}{2g} - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{P_2 = 186.650 \text{ Pa}}$$

(4,0 pts)

1.3) Aplica-se agora a eq. da QDM entre (2) e (3):

$$\vec{G} + \vec{R} = (P_2 S_2 + \beta_2 \dot{m} V_2) \vec{n}_2 + (P_3 S_3 + \beta_3 \dot{m} V_3) \vec{n}_3 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{Vc} \rho dV$$

usando o diagrama de corpo livre da massa.

hip-  $\beta=1$ ,  $P_3=0$ , regime permanente e na direção  $x$ ,  $\vec{G}=0$ ,  $\vec{n}_2$  é negativo,  $\vec{n}_3$  é positivo,  $R_x$  negativo e  $\rho = \rho/g$

$$-R_x = -186.650 \cdot \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} - 0,102 \cdot \frac{8640}{9,8} \cdot 13,0 + 0,102 \cdot \frac{8640}{9,8} \cdot 23,1 \cdot \cos i$$

$$\therefore -R_x = -683 \text{ N} \text{ e } R_x = 683 \text{ N} - \text{força do tubo curvo sobre a água, no sentido de } x \text{ decrescente}$$

$$\therefore R_x = 683 \text{ N} \text{ é a força sobre o tubo, na direção de } x \text{ positivo.}$$



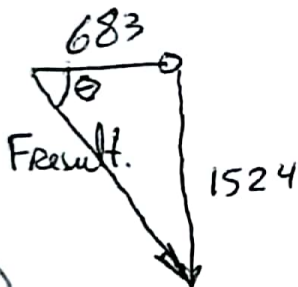
Na direção  $y$  não há componentes na seção  $Z$ , (2)  
e aparece a força peso do líquido no duto curvo:

$$W \sim \pi \cdot \frac{0,100^2}{4} \cdot 12.8640 \sim \underline{814 \text{ N}} \text{ e na direção } y$$

resulta:

$$-814 + R_y = 0,102 \cdot \frac{8640}{9,8} \cdot 23,1 \sin \theta \Rightarrow R_y = 1524 \text{ N}$$

a força da "água" será:  $R'_y = -1524 \text{ N}$



$$F_{\text{result.}} = \sqrt{1524^2 + 683^2} = \underline{1670 \text{ N}}$$

$$\text{Tg } \theta = \frac{1524}{683} \Rightarrow \underline{\theta \approx 66^\circ}$$
(10)

1.4



Aplicando a eq. da QDM na direção  $x$

$$\dot{A} + R_x = 0,102 \cdot \frac{8640}{9,8} \cdot 23,1 \cos 20 = 1952 \text{ N}$$

$\therefore R'_x = -1952 \text{ N}$ , ~~aplicada~~ força do gás sobre o sistema, para a esquerda. (10pts)

P3 - Gabarito da 2ª Questão:

$$\vec{V} = 3x\vec{i} + 5y^2\vec{j}$$

2.1  $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$  c/  $u = 3x$  e  $v = 5y^2$ , ou seja:  $u = u(x)$  e  $v = v(y)$

$$\therefore \vec{V} = \vec{V}(x, y)$$

$\therefore$  o escoamento ocorre em regime permanente (não depende de  $t$ ) - 0,5

2.2 A taxa de deformação do fluido é dada por:

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 3 + 10y$$

que não se anula em todo plano  $(x, y)$ .

Portanto, o escoamento é compressível / - 0,5

2.3. Aplicando a Equação da Continuidade na forma diferencial, tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0, \text{ com } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \text{ pois, localmente}$$

$\rho$  não varia com o tempo (regime permanente)

$$\text{Daí } \nabla(\rho \vec{V}) = 0 = \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0$$

Como  $\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$ , conforme enunciado, tem-se:

$$3\rho + 10y\rho + 5y^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \quad \therefore \frac{\partial \rho}{\partial y} = -\frac{(3+10y)\rho}{5y^2}$$

No ponto  $(x; y) = (5; 1)$ ,  $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$  - 1,0

$$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial y} = -2,6 \frac{\text{kg/m}^3}{\text{m}}$$

2.4. No ponto  $(x; y) = (5; 3)$

$$\rho = \rho(y) \quad \therefore d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial y} dy, \text{ ou seja, } \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{d\rho}{dy} \quad \text{- 0,5}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{-(3+10y) dy}{5y^2}$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{0,6}{y^2} dy - 2 \frac{dy}{y}$$

$$\ln\left(\frac{p}{1}\right) = -0,6 \int_1^{-3} \frac{dy}{y^2} - 2 \ln\left(\frac{-3}{1}\right) = -0,6 \left(-\frac{1}{-3} + \frac{1}{1}\right) - 2 \ln(3)$$

$$\ln p = +0,6 \left(\frac{1}{-3} - \frac{1}{1}\right) - 2 \ln(3)$$

$$\ln p = -0,8 - 2,2 = -3,0$$

$$p = e^{-2,6} = 0,05 \text{ kg/m}^3$$

PME3230 – P3 (08/12/2017) Resolução

Questão 3 (3,5 pontos).

Solução:

Dos dados do problema tem-se:

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 = 0$$

Aplicando a equação de energia:

$$\left( \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) + h_{bomba} - \left( \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = h_L$$

$$h_{bomba} = h_L + (z_2 - z_1)$$

3.1. Expressão literal para as perdas de carga de tubulações e acessórios aplicada à instalação dada:

$$h_L = h_{L,jusante} + h_{L,montante}$$

|                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $h_{L,montante} = \sum K_{saída} \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + f_{montante} \frac{L_{montante}}{D_{montante}} \frac{\bar{V}_2^2}{2g} = \left( \sum K_{saída} + f_{montante} \frac{L_{montante}}{D_{montante}} \right) \frac{\bar{V}_2^2}{2g}$ | $\left. \vphantom{\sum K_{saída} + f_{montante} \frac{L_{montante}}{D_{montante}}} \right\} (0,5 \text{ ponto})$ |
| $h_{L,jusante} = \sum K_{entrada} \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \frac{\bar{V}_1^2}{2g} = \left( \sum K_{entrada} + f_{jusante} \frac{L_{jusante}}{D_{jusante}} \right) \frac{\bar{V}_1^2}{2g}$    |                                                                                                                  |

Para o escoamento hidraulicamente rugoso:

$$f_{CR} = \left[ -2,0 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3,7} \right) \right]^{-2} = \left[ -2,0 \log \left( \frac{0,26/200}{3,7} \right) \right]^{-2} = 0,02095$$

$$h_{L,montante} = \left( 0,35 + 0,3 + 0,02095 \frac{1,2}{0,2} \right) \frac{\dot{Q}^2}{2 \left( \frac{\pi(0,2)^2}{4} \right)^2 9,8} = 40,10 \dot{Q}^2$$

$$h_{L,jusante} = \left( 0,25 + 0,6 + 2 * 0,3 + 0,02095 \frac{8,5}{0,2} \right) \frac{\dot{Q}^2}{2 \left( \frac{\pi(0,2)^2}{4} \right)^2 9,8} = 120,98 \dot{Q}^2$$

Perdas totais:

$$h_L = h_{L,jusante} + h_{L,montante} = 40,10 \dot{Q}^2 + 120,98 \dot{Q}^2 = 161,08 \dot{Q}^2$$

3.2. Equação que represente a curva do sistema (perdas + diferença altura da superfície livre dos reservatórios):

$$H_{sistema} = h_L + (z_2 - z_1) = 161,08 \dot{Q}^2 + 4 \quad (1,0 \text{ ponto})$$

3.3. Determinar o ponto de operação (funcionamento) da instalação PO(Q;Hm)

$$h_{bomba} = h_L + (z_2 - z_1)$$

$$120 + 0,28\dot{Q}^2 = 161,08\dot{Q}^2 + 4 \Rightarrow 160,80\dot{Q}^2 = 116 \Rightarrow \dot{Q} = 0,85 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_m = 120 + 0,28\dot{Q}^2 = 120 + 0,28 * (0,85)^2 = 120,20 \text{ m}$$

Ponto de operação:  $H_m = 120,20 \text{ m}$  e  $\dot{Q} = 0,85 \text{ m}^3/\text{s}$  (1,0 ponto)

3.4. Se o sistema for alterado, reduzindo em 20% a perda de carga total, qual seria a nova vazão do sistema?

Reduzindo em 20% a perda de carga total:

$$h_{L, \text{modificado}} = 0,80h_L = 0,80 * 161,08\dot{Q}^2 = 128,87\dot{Q}^2$$

Logo:

$$120 + 0,28\dot{Q}^2 = 128,87\dot{Q}^2 + 4 \Rightarrow 128,59\dot{Q}^2 = 116 \Rightarrow \dot{Q} = 0,95 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_m = 120 + 0,28\dot{Q}^2 = 120 + 0,28 * (0,95)^2 = 120,25 \text{ m}$$

Nova vazão de operação :  $\dot{Q} = 0,95 \text{ m}^3/\text{s}$  (1,0 ponto)